
Analyse de la variabilité par les modèles ARIMA : une source d'information pour la compréhension des processus mnésiques

D. Brouillet, L. Delcor, D. Delignières, Marielle Cadopi

Citer ce document / Cite this document :

Brouillet D., Delcor L., Delignières D., Cadopi Marielle. Analyse de la variabilité par les modèles ARIMA : une source d'information pour la compréhension des processus mnésiques. In: L'année psychologique. 2008 vol. 108, n°4. pp. 699-720;

https://www.persee.fr/doc/psy_0003-5033_2008_num_108_4_31004;

Fichier pdf généré le 16/04/2024

Résumé

Après avoir présenté les limites du concept de variabilité lorsqu'il est réduit à l'expression d'erreur autour d'une tendance centrale, nous faisons la démonstration que d'autres formes de variabilité peuvent être une source d'information à la compréhension de la cognition. Les récents travaux qui se centrent sur l'étude des fluctuations des comportements dans le temps montrent la pertinence de ces modélisations (Spray & Newell, 1986). Pourtant, leurs mises en oeuvre restent rares dans la littérature de par les contraintes méthodologiques qu'impose la modélisation de la variabilité dans le temps et par la confidentialité qui entoure les outils d'analyse en série temporelle (Arnau & Bono, 2001). Aussi, à la suite d'un exposé détaillé des modèles ARIMA et de leur utilisation, nous proposons un exemple d'application qui vise la modélisation dans le temps des processus mnésiques en fonction des conditions de mémorisation et de réactualisation (Delcor et al., 2003). Nous mettons en évidence que l'analyse par les modèles ARIMA des fluctuations des comportements (ici, l'instabilité des rappels), loin d'empêcher la généralisation permet la mise en évidence de signatures dynamiques de la cognition, conséquence de sa propre activité (Gilden, 1997).

Abstract

Inter-trials variability analysis by ARIMA models: An informational spring in understanding memory process

The aim of this paper is to discuss the conceptual limitation of variability when simply conceived as stochastic error around the mean and to show that other forms of variability can represent an important informational source to understand human cognition. Recent papers which have studied behavioural fluctuations in time have pointed out the relevance of such modelling, which are proving properties of processes underlying behaviour (Spray & Newell, 1986). Nevertheless, researches focusing on variability remained rare for two reasons: the methodological constraints of variability modelling in time and the lack of knowledge concerning time series analysis tools (Arnau & Bono, 2001). In this methodological paper, we begin by outlining some limitations of the traditional approaches of variability analysis, before examining the rationale of discrete time series analysis and the use of ARIMA models. Then, an illustration of this approach is provided through the presentation of a research on memory. The aim of this research was to model the dynamics of memory processes according to memorisation and recall conditions (Delcor et al., 2003). We demonstrated that analysis of recalls accuracy fluctuations through ARIMA models proffers clues as the nature and properties of processes underlying recalls. Stochastic modelling of successive recalls reveals the time-dependent and deterministic character of memory processes and offers relevant perspective of research.

Analyse de la variabilité par les modèles ARIMA : une source d'information pour la compréhension des processus mnésiques

L. Delcor^{1*}, D. Delignières², M. Cadopi² et D. Brouillet¹

¹ *Laboratoire de Psychologie Expérimentale et Cognitive de la Mémoire
et de la Cognition (LaMéCo), E.A. 3021*

² *Laboratoire Efficience et Déficience Motrice (EDM), E.A.2991*

RÉSUMÉ

Après avoir présenté les limites du concept de variabilité lorsqu'il est réduit à l'expression d'erreur autour d'une tendance centrale, nous faisons la démonstration que d'autres formes de variabilité peuvent être une source d'information à la compréhension de la cognition. Les récents travaux qui se centrent sur l'étude des fluctuations des comportements dans le temps montrent la pertinence de ces modélisations (Spray & Newell, 1986). Pourtant, leurs mises en œuvre restent rares dans la littérature de par les contraintes méthodologiques qu'impose la modélisation de la variabilité dans le temps et par la confidentialité qui entoure les outils d'analyse en série temporelle (Arnau & Bono, 2001). Aussi, à la suite d'un exposé détaillé des modèles ARIMA et de leur utilisation, nous proposons un exemple d'application qui vise la modélisation dans le temps des processus mnésiques en fonction des conditions de mémorisation et de réactualisation (Delcor *et al.*, 2003). Nous mettons en évidence que l'analyse par les modèles ARIMA des fluctuations des comportements (ici, l'instabilité des rappels), loin d'empêcher la généralisation permet la mise en évidence de signatures dynamiques de la cognition, conséquence de sa propre activité (Gilden, 1997).

Inter-trials variability analysis by ARIMA models : An informational spring in understanding memory process

ABSTRACT

The aim of this paper is to discuss the conceptual limitation of variability when simply conceived as stochastic error around the mean and to show that other forms of variability can represent an important informational source to understand human cognition.

* Correspondance : Laboratoire de Psychologie Expérimentale et Cognitive de la Mémoire et de la Cognition (LaMéCo), E.A.3021. E-mail : lorene.delcor@univ-montp1.fr

Recent papers which have studied behavioural fluctuations in time have pointed out the relevance of such modelling, which are proving properties of processes underlying behaviour (Spray & Newell, 1986). Nevertheless, researches focusing on variability remained rare for two reasons : the methodological constraints of variability modelling in time and the lack of knowledge concerning time series analysis tools (Arnau & Bono, 2001). In this methodological paper, we begin by outlining some limitations of the traditional approaches of variability analysis, before examining the rationale of discrete time series analysis and the use of ARIMA models. Then, an illustration of this approach is provided through the presentation of a research on memory. The aim of this research was to model the dynamics of memory processes according to memorisation and recall conditions (Delcor *et al.*, 2003). We demonstrated that analysis of recalls accuracy fluctuations through ARIMA models provides clues as the nature and properties of processes underlying recalls. Stochastic modelling of successive recalls reveals the time-dependent and deterministic character of memory processes and offers relevant perspective of research.

INTRODUCTION

La nécessité de rendre compte de la variabilité des comportements dans les modèles généraux de la cognition peut se justifier par le simple fait que toute tentative de reproduire une action ou de rappeler un événement dans des conditions identiques, s'accompagne inévitablement de variations. Ce constat est établi depuis de nombreuses années ; Bernstein en 1967, notait que la réplication et la répétition de mouvements cycliques mènent systématiquement à la production de variabilité et que c'est une caractéristique saillante des comportements humains, observable à tous les niveaux d'analyse.

Pour autant, bien que l'ubiquité de la variabilité laisse penser qu'elle est un élément essentiel des systèmes biologiques humains (Newell & Corcos, 1993 ; Slifkin & Newell, 1998 ; Riley & Turvey, 2002), le concept de variabilité n'a pas été l'objet d'études ou d'attentions particulières dans la littérature pendant de très nombreuses années. Lautrey, Mazoyer et van Geert (2002) précisent que l'absence de travaux sur la variabilité, en psychologie, n'est pas propre à certains objets d'études (i.e. la mémoire, l'apprentissage, la compréhension de texte...) mais à la discipline tout entière.

À l'heure actuelle, on note un regain d'intérêt pour son étude dans les sciences cognitives. Mais force est de constater que l'étude de la variabilité passe par la reconsidération de son statut et de son rôle (Lautrey, Mazoyer & van Geert, 2002). Qui plus est, les opérationnalisations et les interprétations les plus répandues dans la littérature se révèlent limitées

ou encore inexactes (Newell & Corcos, 1993). C'est pourquoi, dans un premier temps nous présenterons le concept de variabilité dans sa forme classique, dans un second temps nous détaillerons ses limites, enfin nous proposerons des alternatives tant conceptuelles qu'opérationnelles.

Conception classique de la variabilité

Lautrey *et al.* (2002) précisent que les choix des formes de variabilité prises en considération sont dépendants des courants théoriques, des connaissances recherchées et des outils utilisés. La recherche d'invariants est un argument majeur pour justifier dans la littérature de l'absence de travaux sur la variabilité. La recherche d'universaux guide l'analyse des données sur les tendances centrales et l'étude de la variabilité autour de ces tendances.

C'est ainsi que l'investigation la plus courante dans la littérature est celle qui étudie la variabilité des phénomènes observés au travers de la mesure de la variance autour de la moyenne, opérationnalisée par l'écart-type. Face à cet emploi massif de l'écart-type, Newell et Corcos (1993) rappellent les principes statistiques sur lesquels il repose. L'écart-type est une mesure statistique de la distribution d'un paramètre autour de la moyenne. La déviation standard informe sur le degré (i.e. l'amplitude) des variations d'un élément donné du système et mène à des conclusions sur le niveau de bruit présent dans le système. Or, la plupart des interprétations faites de la mesure de la variabilité dépassent largement les informations fournies par l'écart type (Newell & Corcos, 1993).

Ainsi, classiquement, la variabilité mesurée est assimilée à un index de performance à part entière, c'est-à-dire comme informant sur la réussite de la tâche. Une variabilité élevée dans la réalisation d'une tâche est généralement perçue comme un index de performance faible tandis qu'une faible variabilité est généralement considérée comme un index de performance élevé. Cette interprétation repose sur l'assomption que la variabilité est l'expression d'une stabilité réduite du système ; le degré de consistance des performances est assimilé au niveau de connaissance et de contrôle de la tâche (Slifkin & Newell, 1998).

Par ailleurs, la variabilité observée est traitée comme étant du bruit blanc Gaussien ou bruit aléatoire. Cette considération de la variabilité est avantageuse pour les travaux visant l'étude d'invariants car elle facilite la généralisation des phénomènes étudiés, en supposant que les variations observées sont de nature aléatoire. Alors que l'écart-type n'informe en rien sur la nature (aléatoire ou non) de la variabilité, la variabilité

intra-individuelle est réduite à du bruit aléatoire sans signification particulière (Spray & Newell, 1986).

Enfin, le choix des outils statistiques est largement dépendant des formes de variabilité prises en considération. Aussi, la majorité des études s'est tournée vers les outils d'analyses descriptives, qui requièrent l'indépendance conditionnelle dans les données, c'est-à-dire que les variations présentes soient de nature aléatoire.

Limites du concept classique de variabilité

Newell et Corcos (1993) suggèrent que la relation entre la consistance des performances et la connaissance de la tâche, opérationnalisées par l'utilisation de l'écart-type comme un index de performance, dépend essentiellement du nombre de degrés de liberté présent dans le système. Si cela se vérifie pour des tâches présentant un minimum de degrés de liberté, c'est une relation inverse qui est mise en évidence lors de l'étude de la réduction de la variabilité de la performance dans une tâche « complexe » de tirs au pistolet (Arutyunyan, Gurfinkel & Mirskii, 1968). En effet, la réduction de la variabilité de la performance en fonction de la pratique et de l'acquisition de l'habileté s'accompagne d'une augmentation de la variabilité de chacun des membres (i.e. d'une augmentation du nombre de degrés de liberté contrôlé dans la coordination). Ce phénomène a été dénommé par Bernstein (1967) « le dégel des degrés de liberté ». L'implication de ce résultat est que la présence de la variabilité n'est pas l'expression systématique d'un facteur limitant la connaissance et le contrôle d'une tâche.

De plus, lorsque la variabilité est assimilée à du bruit dans le système, ce bruit est envisagé comme étant du bruit blanc Gaussien, c'est-à-dire du bruit non corrélé dont la distribution des données présente comme caractéristique d'être indépendamment et identiquement distribuée. Pourtant, les récentes études qui analysent systématiquement la structure de la variabilité mettent en évidence que la présence de bruit blanc Gaussien est rare dans les données psychologiques (Gilden, 1997 ; 2001 ; Gilden, Thornton & Mallon, 1995 ; Morrison & Newell, 2000 ; Slifkin & Newell, 1998 ; Yamada, 1995).

Enfin, le fait que la variabilité dans les données est le plus souvent structurée et non aléatoire s'oppose à un axiome fondamental de la théorie des probabilités sur lequel repose la majorité des outils et des tests statistiques communément utilisés, celui de l'indépendance conditionnelle (Spray et Newell, 1986). Dès lors, il apparaît essentiel d'étudier la

variabilité des comportements humains au travers d'outils adaptés à ses propriétés.

Reconsidérations conceptuelles de la variabilité

Une part de l'évolution du statut de la variabilité dans les sciences cognitives est liée à l'adoption de nouveaux cadres conceptuels (Lautrey *et al.*, 2002). L'introduction des théories des systèmes complexes non linéaires dans l'étude des systèmes biologiques a ouvert de nouvelles voies de conceptualisation de la variabilité (Glass & Mackey, 1998 ; van Geert, 2002).

Plus précisément, la variabilité comportementale, observée à un niveau « macroscopique » du système est considérée comme la résultante des interactions constantes et complexes des multiples éléments interconnectés composant le système. Cette variabilité résultante n'a donc pas d'équivalence à des niveaux inférieurs (microscopiques), mais elle caractérise les comportements adaptatifs.

L'émergence du comportement du système est déterminée par les interactions multiples et complexes des différents éléments le composant, qui fonctionnent sur des échelles de temps différentes, dans une logique d'autosimilarité fractale. La robustesse comportementale observée à un niveau macroscopique et la variabilité construite qui l'accompagne, autrement dit la balance entre l'ordre et la variabilité, sont la signature des comportements adaptatifs des systèmes complexes (Schmidt, Beek, Treffner & Turvey, 1991).

Dans cette perspective, la variabilité est une source d'information, car toute modification de l'environnement implique nécessairement des adaptations, qui s'expriment en partie dans les fluctuations du comportement (Lautrey *et al.*, 2002). De même, que toute activité cognitive produit des modifications qui s'expriment à un niveau comportemental par une dynamique de changement.

Aussi, l'étude de la variabilité à travers l'analyse « dynamique » (dans le temps) des fluctuations d'un comportement renseigne sur le fonctionnement et les propriétés adaptatives du système qui émergent des interactions constantes de l'ensemble des éléments composants ce système et de l'environnement. Un état du système à l'instant *t* se comprend par la dynamique de ses interactions passées et présentes, modélisée par le biais des fluctuations du comportement (Guillot & Daucé, 2002).

RECONSIDÉRATIONS MÉTHODOLOGIQUES

Reconsidérer la variabilité dans les comportements humains nécessite l'élaboration de plans expérimentaux permettant l'observation et l'analyse des fluctuations de ces comportements dans le temps. Les protocoles dits en série temporelle et les outils de modélisation des variations instantanées sont une réponse à cette exigence.

Une série temporelle est une collection d'observations ou de réponses considérées séquentiellement qui présente les propriétés suivantes : les observations sont ordonnées au cours du temps, le comportement à un moment est affecté par le comportement à l'instant précédent, et les comportements futurs sont déterminés à la fois par les observations passées et présentes (Chatfield, 1975). Leur utilisation revient à admettre que les fluctuations entre les essais ne sont pas l'expression d'un simple facteur aléatoire mais qu'il existe une structure sous-jacente dans la relation inter-essais (Spray & Newell, 1986).

L'introduction de l'analyse en série temporelle dans les études du comportement humain ont d'ores et déjà montré leur pertinence (Delcor, Cadopi, Delignières & Mesure, 2003 ; Fortes, Delignières & Ninot, 2005 ; Spray & Newell, 1986).

Cependant, l'utilisation des outils d'analyse en série temporelle à l'étude de la cognition est encore rare ; aussi nous avons choisi de présenter brièvement quelques principes de l'analyse de séries temporelles discrètes puis en détail l'utilisation d'un outil : les modèles ARIMA (Box et Jenkins, 1976) et la pertinence de ces modélisations dans l'étude de la mémoire.

ANALYSE EN SÉRIE TEMPORELLE PAR LES MODÈLES ARIMA

Principes

Les outils d'analyse des séries temporelles permettent de définir la structure de la relation inter-essais (écrite sous la forme d'une équation) qui rend compte de l'évolution du comportement dans le temps. Toute variable (quelle soit discrète ou continue) peut être définie par une fonction qui assigne une probabilité à l'apparition de chacune des valeurs possibles que peut prendre la variable. L'objectif de l'analyse en série temporelle est de définir cette fonction de probabilité. Si elle décrit

parfaitement la variable, sa connaissance renseigne sur le comportement mesuré (Riley et Turvey, 2002).

Dans une série temporelle d'un paramètre donné, différentes propriétés peuvent être observées, on en distingue classiquement trois (Riley & Turvey, 2002). Premièrement, pour une fonction purement aléatoire, les états ou les valeurs futures sont parfaitement indépendantes des états ou des valeurs précédents, c'est-à-dire qu'aucune prédictibilité du comportement ne peut être faite. Cette série temporelle est modélisée par un processus de bruit blanc. Deuxièmement, une série temporelle peut être modélisée par un processus déterministe qui suggère que la connaissance de quelques états permet de prédire avec une grande précision les états ultérieurs. Troisièmement, une série temporelle peut être modélisée par un processus stochastique, c'est-à-dire un processus dont l'évolution est influencée simultanément par des processus déterministes et aléatoires. De manière générale, on oppose les processus aléatoires aux processus déterministes et entre ces deux processus, il existe une sorte de continuum basé sur le degré d'influence des processus déterministe et aléatoire simultanément à l'œuvre (Gilden, 1997).

Parmi les outils d'analyse en série temporelle, nous avons fait le choix d'utiliser les modèles ARIMA (Box & Jenkins, 1976) dont la littérature rapporte leur pertinence dans l'analyse de séries temporelles discrètes de mesures comportementales (Blackwell, Simmons & Spray, 1991 ; Delcor *et al.*, 2003 ; Fortes *et al.*, 2005 ; Peterson & Leckman, 1998 ; Spray & Newell, 1986 ; Zalewski, Smith, Hart, Schot, & Endejan, 1999).

Les modèles ARIMA

Les modèles ARIMA de Box et Jenkins (1976) offrent un outil d'analyse des séries temporelles très accessible aussi bien au niveau des contraintes méthodologiques qu'au niveau des modèles mathématiques utilisés qui sont des équations stochastiques linéaires peu complexes. Cet outil d'analyse est essentiellement utilisé à des fins de prévision des valeurs futures, de détermination des valeurs manquantes dans une série de points ou d'identification de la structure de la série temporelle. C'est dans cette dernière finalité que nous utilisons les modèles ARIMA.

Leur utilisation en psychologie est encore rare, notamment pour deux raisons méthodologiques : la nécessité de recueillir un minimum de 50 valeurs à des intervalles de temps équidistants (série temporelle discrète) et la difficulté d'identification des modèles ARIMA (Arnau & Bono, 2001).

ARIMA est un acronyme de AutoRegressive Integrated Moving-Average, ce qui se traduit en Français par Autorégressif, de Différenciation et de Moyenne mobile. Un modèle ARIMA s'exprime en fonction de la notation ARIMA (p, d, q) où p, d, q renvoient au nombre (ou l'ordre) de termes autorégressif, de différenciation et de moyenne mobile dans le modèle ARIMA final (par exemple : un modèle ARIMA (1,0,0) est un modèle qui comprend un terme autorégressif et aucun terme de différenciation ni de moyenne mobile).

L'analyse des séries temporelles par les modèles ARIMA repose sur trois étapes : l'identification, la détermination et la vérification. La première étape de l'analyse consiste à identifier le modèle ARIMA qui pourrait générer la série temporelle étudiée (i.e. à définir l'ordre (ou le nombre) des termes autorégressif, de différenciation et de moyenne mobile). La seconde étape d'estimation consiste à déterminer les coefficients des termes de l'équation (estimation faite par le logiciel Statistica – Statsoft). Enfin, la troisième étape, celle de vérification consiste à contrôler le degré d'ajustement du modèle ARIMA à la série étudiée.

À l'issue de la présentation des équations théoriques et des modèles ARIMA les plus courants, la procédure d'utilisation des modèles ARIMA est présentée.

Modèles ARIMA et équations

Modèle de différenciation

Un processus de différenciation suppose que chaque point présente une différence constante avec le point précédent.

Une différenciation d'ordre 1, ARIMA (0,1,0) s'écrit :

$$y_t - y_{t-1} = \mu + \varepsilon_t$$

$$y_t = y_{t-1} + \mu + \varepsilon_t$$

où,

y_t et y_{t-1} sont les valeurs du paramètre étudié au temps t et $t-1$,

μ est la différence moyenne entre les points successifs,

et l'erreur aléatoire qui entache l'essai au temps t .

Les termes de différenciation dans les modèles ARIMA sont toujours associés à des termes autorégressifs ou de moyennes mobiles. Lorsque les modèles obtenus pour des séries temporelles ne comportent aucun terme de différenciation, on retrouve les modèles ARIMA sous l'appellation de modèles ARMA.

Modèle Autorégressif

Un modèle autorégressif, AR (p) est une fonction linéaire d'une portion des essais précédents avec une erreur aléatoire qui entache l'essai au temps t .

Un modèle autorégressif AR (p) répond à l'équation :

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

où,

α est une constante,

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$, sont les coefficients autorégressifs,

$y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}$, sont les p valeurs précédentes,

ε_t est l'erreur aléatoire qui entache l'essai au temps t .

Un processus autorégressif à un terme ARIMA (1,0,0) s'écrit :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

De manière similaire un processus ARIMA (2,0,0) s'écrit :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$$

Un processus autorégressif peut être associé à un (ou plusieurs) terme(s) de différenciation. Un modèle autorégressif avec un terme de différenciation ARIMA (1,1,0) s'écrit :

$$y_t - y_{t-1} = \phi(y_{t-1} - y_{t-2}) + \varepsilon_t$$

$$y_t = (1 + \phi) y_{t-1} - \phi y_{t-2} + \varepsilon_t$$

Modèle de Moyenne Mobile

Un modèle de moyenne mobile MA (q) est une fonction linéaire où les valeurs de la série y_t s'expriment par la combinaison (linéaire) de l'erreur aléatoire qui a entaché les q essais précédents.

Un modèle MA (q) répond à l'équation :

$$y_t = \alpha - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

où,

α est une constante,

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ sont les paramètres de moyenne mobile,

$\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q}$, sont les q valeurs d'erreurs précédentes,

ε_t est un terme d'erreur aléatoire qui entache l'essai au temps t .

Un modèle de moyenne mobile à un terme ARIMA (0,0,1) répond à l'équation :

$$y_t = \alpha - \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

De manière similaire, un modèle de moyenne mobile à 2 termes ARIMA (0,0,2) s'écrit :

$$y_t = \alpha - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

Un processus de moyenne mobile peut être associé à un (ou plusieurs) terme(s) de différenciation. Un modèle de moyenne mobile avec un terme de différenciation ARIMA (0,1,1) obéit à l'équation :

$$y_t = \alpha + y_{(t-1)} - \theta \varepsilon_{(t-1)} + \varepsilon_t$$

Modèle de Bruit Blanc

Une série temporelle répondant à un modèle ARIMA (0,0,0), est une série temporelle de bruit blanc (i.e. dont la fonction de probabilité est un processus aléatoire).

Un modèle ARIMA (0,0,0) répond à l'équation :

$$y_t = \mu + \varepsilon_t$$

où,

μ est la moyenne de la série,

ε_t est la variable aléatoire qui entache l'essai à l'instant t .

Une série temporelle qui répond à un modèle de bruit blanc suggère que les comportements étudiés ne sont plus une fonction du temps.

L'étape d'identification des modèles ARIMA

L'étape d'identification des modèles ARIMA repose sur deux outils : les fonctions d'auto-corrélations (ACF) et les fonctions d'auto-corrélations partielles (PACF). L'étude des ACF et PACF permet de mettre en évidence l'existence d'une relation inter-essais. Précisément, c'est la présence d'auto-corrélations et d'auto-corrélations partielles significatives qui apparaissent sous la forme de pics dans les graphes des ACF et PACF qui la révèle.

De plus, les patrons des ACF et des PACF informent sur la nature de cette relation inter-essais (i.e. autorégressive, de moyenne mobile) et sur l'étendue de cette relation (i.e. nombre d'essais inter-reliés).

Une ACF met en évidence le degré de corrélation de la série avec elle-même en fonction de l'accroissement du décalage (lag h) à pas de 1. Son étude est essentielle à la détermination du nombre de termes de différenciation I (d) et de moyenne mobile MA (q).

La PACF met en évidence le degré de corrélation entre deux valeurs « espacées » d'un décalage (lag h) alors que les valeurs intermédiaires sont contrôlées. La PACF est essentielle pour déterminer l'ordre du terme autorégressif AR (p).

L'étape d'identification des modèles ARIMA débute systématiquement par la détermination des ordres du terme de différenciation I (d), puis de ceux des termes autorégressif AR (p) et de moyenne mobile MA (q).

Identification de l'ordre du terme de Différenciation

L'identification de la structure d'une série temporelle débute par l'observation de sa stationnarité (i.e. la constance de la moyenne et/ou de la variance de la série dans le temps).

La non stationnarité d'une série temporelle s'observe dans un premier temps, sur la représentation graphique de la série au travers de l'observation d'une tendance à l'accroissement ou à la diminution (dans le cas d'une évolution de la moyenne) et dans un deuxième temps au travers des patrons de la fonction d'auto-corrélation (ACF) de la série (Figure 1).

Le patron de l'ACF d'une série non stationnaire présente des pics significatifs homogènes sur un nombre de décalages élevés (Figure 1a). À l'inverse, le patron de la fonction d'auto-corrélation d'une série stationnaire ne présente que quelques pics significatifs qui décroissent rapidement vers une valeur nulle en fonction de l'accroissement des décalages (Figure 1b).

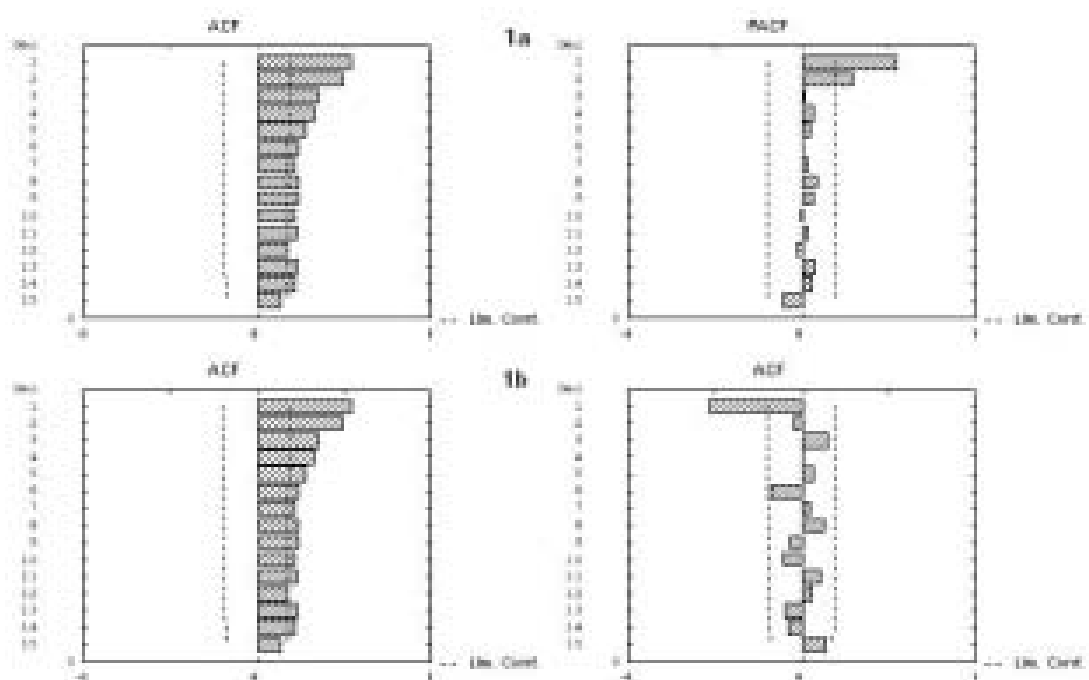


Figure 1. Fonctions d'auto-corrélations (ACF) et d'auto-corrélations partielles (PACF) d'une série temporelle non stationnaire (1a) et de la série différenciée ARIMA (0,1,0) (1b).

Figure 1. Autocorrelations function (ACF) and partial autocorrelations function (PACF) of non-stationary time series (1a). ACF and PACF of integrated time series (1b).

Box & Jenkins (1976) proposent, afin de rendre une série stationnaire, d'appliquer un terme de différenciation, c'est-à-dire de remplacer la série originale par la série des différences des points adjacents.

Si la série est stationnaire après l'application du terme de différenciation alors la fonction d'auto-corrélations de la série différenciée ne présente que quelques pics significatifs, encore appelés auto-corrélations résiduelles (Figure 1b), le cas échéant l'opération est répétée.

Lorsque la série originale est stationnaire alors l'ordre du terme de différenciation dans le modèle finale est de 0, lorsqu'une différenciation est nécessaire à l'obtention de la stationnarité l'ordre du terme de différenciation dans le modèle finale est de 1, et ainsi de suite.

Une fois la stationnarité d'une série observée, l'analyse se centre sur la détermination des ordres des termes autorégressifs et de moyennes mobiles à l'aide des fonctions d'auto-corrélations (ACF) et des fonctions d'auto-corrélations partielles (PACF).

Identification de l'ordre du terme Autorégressif

La signature caractéristique d'un processus autorégressif d'ordre p , AR(p), est une ACF qui présente une décroissance graduelle vers zéro en fonction du décalage, associée à une PACF dont les valeurs sont proches de zéro, $\varphi_{hh} = 0$, pour tous les décalages $h > p$.

L'ordre du terme autorégressif présent dans le modèle ARIMA définitif est égal à p , qui correspond au nombre de pics significatifs dans la PACF (Figure 2).

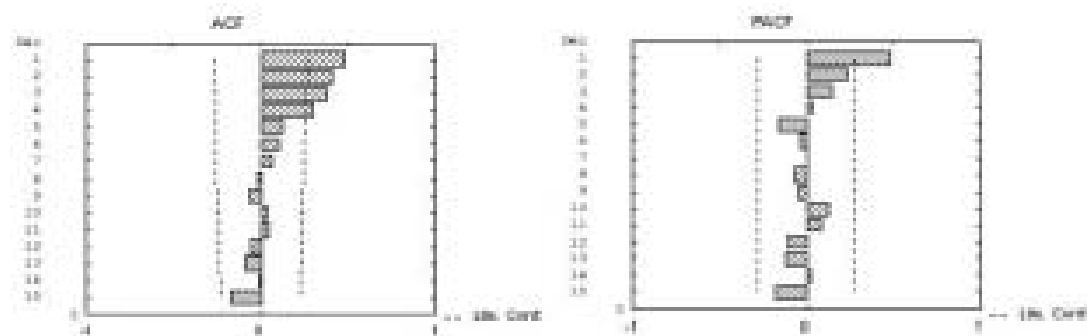


Figure 2. ACF et PACF d'un modèle autorégressif à un terme ARIMA (1,0,0).

Figure 2. ACF and PACF of autoregressive ARIMA model.

Identification de l'ordre des termes de Moyenne mobile

La signature caractéristique d'un processus de moyenne mobile d'ordre q , MA(q), est une ACF présentant des valeurs proches de zéro ($\varphi_h = 0$) pour

tous les décalage $h > q$. La PACF associée présente une décroissance graduelle vers zéro en fonction des décalages (Figure 3).

L'ordre du terme de moyenne mobile présent dans le modèle ARIMA définitif est égal à q , c'est-à-dire le nombre de pics significatifs dans l'ACF (Figure 3).

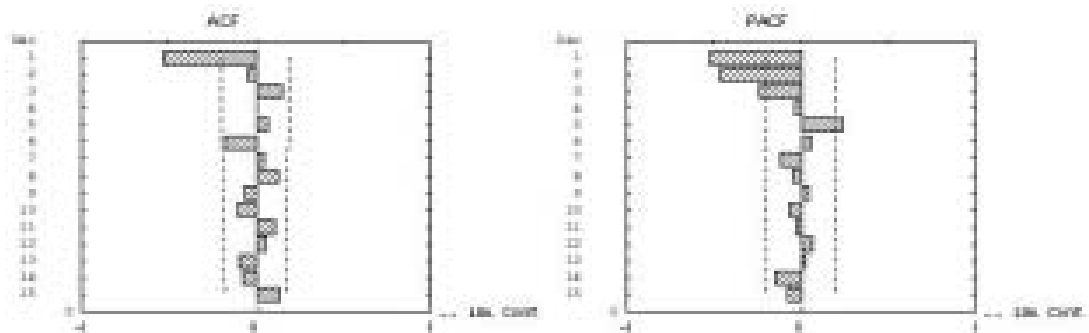


Figure 3. ACF et PACF d'un modèle de moyenne mobile à un terme ARIMA (0,0,1).

Figure 3. ACF and PACF of moving average ARIMA model.

Identification d'un modèle de bruit blanc

En l'absence de pics significatifs dans les ACF et PACF (Figure 4), la série est modélisée par un modèle dit de bruit blanc, qui s'écrit ARIMA (0,0,0). C'est un modèle composé d'aucun terme autorégressif, de différenciation et de moyenne mobile.

Un modèle de bruit blanc est un processus stochastique, statistiquement stationnaire où les valeurs ne présentent aucune corrélation significative entre elles. Le processus de bruit blanc le plus connu est le bruit blanc Gaussien qui présente comme caractéristiques supplémentaires que les valeurs sont indépendantes et identiquement distribuées autour d'une moyenne $m = 0$ et d'une variance $\sigma_{\epsilon}^2 = 1$. Ce modèle de bruit blanc est aussi appelé variable aléatoire ou processus aléatoire.

L'étape d'estimation des modèles ARIMA

L'estimation des paramètres autorégressifs AR (p) et de moyenne mobile MA (q) est faite par une méthode non linéaire d'estimation des maximums de vraisemblance (*maximum likelihood estimator*). Ce calcul est réalisé en fonction des ordres des paramètres ARIMA définis par la phase d'identification du modèle. Dans le cadre de nos travaux, cette étape est réalisée par le logiciel de traitements de données Statistica (Statsoft).

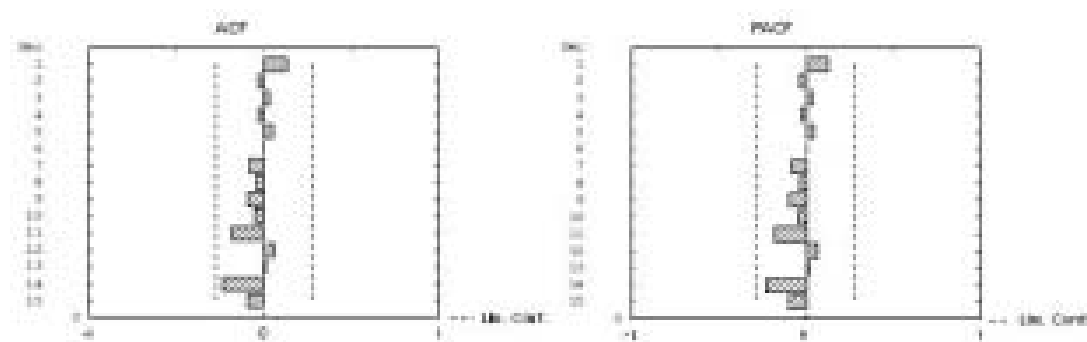


Figure 4. ACF et PACF d'une série de bruit blanc, ARIMA (0,0,0).

Figure 4. ACF and PACF of white noise ARIMA model.

À noter qu'il n'y a pas d'estimation des termes de différenciation puisque l'application d'un terme de différenciation dans un modèle ARIMA consiste à remplacer la série originale par la série des différences des points adjacents (*cf.* Modèle de différenciation).

L'étape de vérification des modèles ARIMA

Une fois l'estimation des termes réalisée, le modèle ARIMA est vérifié. La vérification débute par l'obtention des seuils de significativité des termes autorégressif et de moyenne mobile, puis se centre sur l'étude de la série des résidus. Ce sont les ACF et les PACF de la série des résidus qui permettent d'observer le degré d'ajustement du modèle à la série originale. Si le modèle est bien ajusté, alors la série des résidus se comporte comme un processus de bruit blanc (Figure 3) sinon des auto-corrélations et des auto-corrélations partielles significatives résiduelles sont présentes.

Associé à l'étude des ACF et des PACF, on fait appel au test statistique de Ljung-Box ou « test portemanteau ». Ce test, au travers de la statistique Q, fournit un indice de la significativité ou non des ACF, qui est plus précis que la seule lecture du graphe (Figure 5).

Enfin, d'autres indices sont disponibles, notamment lorsqu'il faut choisir entre plusieurs modèles qui présentent le même niveau d'ajustement à la série. La première règle est l'application du principe de parcimonie, selon lequel de deux hypothèses ou de deux solutions également plausibles, il faut toujours choisir la plus simple.

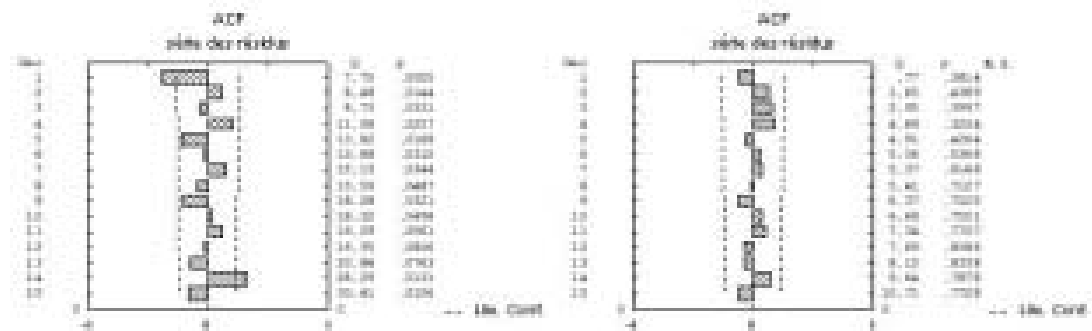


Figure 5. Figure 5. ACF de deux séries de résidus. À gauche, l'ACF présente des pics significatifs ($p < .05$). À droite, l'ACF présente une série des résidus de bruit blanc.

Figure 5. Figure 5. ACF of two residuals series. The ACF on the right shows a white noise residual series. The ACF on the left shows significant autocorrelations of residual series.

EXEMPLE DE MISE EN APPLICATION : MODÉLISATION DES DYNAMIQUES DE MÉMORISATION ET DE DISTORSION DANS UNE TACHE DE RAPPEL DE MOUVEMENTS

Les données que nous allons présenter sont issues d'un travail où nous nous sommes intéressés à la dynamique d'un souvenir visuo-moteur. Parler de dynamique signifie que l'on considère l'acte de remémoration non pas comme la restitution à l'identique de ce qui a été appris, mais qu'elle est une perpétuelle reconstruction en ce sens que les remémorations antérieures ont modifié la source et la remémoration actuelle en est une énième reconstruction (Brouillet, 2006 ; Nevers & Versace, 1998). L'objectif premier de ces travaux est la modélisation dans le temps des processus mnésiques ; c'est-à-dire l'étude de la dynamique d'un souvenir en fonction des conditions de mémorisation/d'apprentissage et de ces réactualisations successives (Delcor *et al.*, 2003).

Pour étudier la dynamique d'un souvenir visuo-moteur, nous avons élaboré des protocoles de rappels sériels d'une séquence de mouvements abstraits (pour plus de détails Delcor *et al.*, 2003) qui sont largement inspirés de la série d'études de Giraudo et Pailhous (1999).

Cependant, nous avons voulu étendre leur travail qui se restreignait à une analyse descriptive de l'exactitude des rappels et qui ne prenait en compte ni les dépendances temporelles réelles qui lient les essais entre eux (Est-ce que l'essai au temps t détermine en partie l'essai au temps $t + 1$?),

ni la structure de la variabilité (Quelles sont ses propriétés ? Est-elle de nature déterministe ou aléatoire ?).

Pour répondre à ces questions, nous avons réalisé deux études dont les objectifs de modélisation étaient d'opérationnaliser les dépendances temporelles réelles qui lient les rappels entre eux et d'identifier la nature de la relation inter-essais à l'aide des modèles ARIMA afin d'appréhender les processus sous-jacents aux rappels.

Nous restituons dans le cadre de cet article après une brève présentation des aspects méthodologiques, les résultats et les interprétations de ces deux études qui nous semblent constituer une démonstration pertinente de l'apport des modèles ARIMA à la compréhension des processus mnésiques.

MÉTHODE

Deux groupes de six participants étaient constitués (groupe 1/groupe 2). La tâche consistait à rappeler le plus précisément possible une séquence de mouvements abstraits après l'avoir observée visuellement. Les deux conditions se distinguaient de la manière suivante : les participants du groupe 1 bénéficiaient d'une présentation visuelle de la séquence de mouvements (la cible) avant chaque rappel durant les 50 essais tandis que les participants du groupe 2 bénéficiaient d'une seule présentation visuelle de la cible et devaient la rappeler de mémoire durant les 50 essais. En guise de familiarisation, les participants des deux groupes bénéficiaient de deux démonstrations visuelles de la cible avant le premier essai.

Les rappels des sujets et la séquence de mouvements « cible » étaient enregistrés à l'aide d'un analyseur d'image (Vicon 370) qui enregistre les déplacements des segments dans l'espace à une fréquence de 50 hertz. Cette procédure permettait une analyse qualitative des rappels qui consistait à extraire pour chaque rappel un indice d'exactitude (ou d'inexactitude) rendant compte de la « distance moyenne » qui sépare le rappel de la cible. Pour un rappel proche de la cible, la valeur d'exactitude obtenue est petite (la distance moyenne qui sépare le rappel de la cible est faible). Tandis que pour un rappel éloigné de la cible, la valeur d'exactitude obtenue est grande (la distance moyenne qui sépare le rappel de la cible est importante).

Les séries temporelles de l'exactitude de quatre participants sont présentées dans la Figure 6. Deux de ces séries temporelles sont issues des résultats du groupe 1 (séries 1 et 2) et les deux autres des résultats du groupe 2 (séries 3 et 4). Les séries temporelles sont constituées des valeurs d'exactitude du rappel à l'essai 1, à l'essai 2, à l'essai 3 etc.

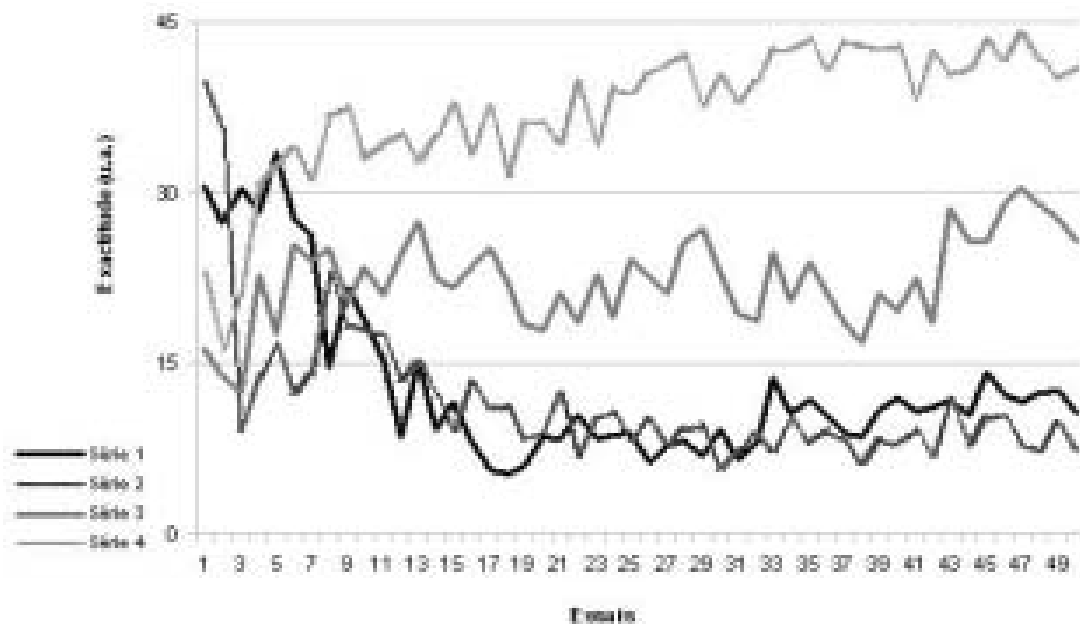


Figure 6. Séries temporelles de l'exactitude : les séries 1 et 2 étant celles de deux participants du groupe 1 et les séries 3 et 4 celles de deux participants du groupe 2.

Figure 6. Time series of recalls accuracy. Series 1 and 2 are two subjects' time series of group 1. Series 3 and 4 are two subjects' time series of group 2.

RÉSULTATS

Les séries temporelles individuelles constituées de 50 valeurs d'exactitudes ont été analysées suivant la procédure de traitement des modèles ARIMA présentée plus haut.

Les fonctions d'autocorrélations et d'autocorrélations partielles des séries temporelles du groupe 1 présentaient la signature caractéristique d'un modèle autorégressif (la Figure 2 présente les ACF et PACF de la série temporelle 1 présentée en Figure 6).

Les fonctions d'autocorrélations et d'autocorrélations partielles des séries temporelles du groupe 2 présentaient la signature d'un modèle de moyenne mobile à un terme avec une différenciation (la Figure 1 présente les ACF et PACF de la série temporelle 3 présentée en Figure 6).

L'analyse des séries temporelles de l'exactitude met en évidence pour le groupe 1 un modèle autorégressif à un terme ARIMA (1,0,0) avec ou sans constante et pour le groupe 2 un modèle de moyenne mobile à un

terme avec une différenciation ARIMA (0,1,1). Les équations des modèles ARIMA obtenues pour les 12 séries temporelles sont présentées dans le tableau I.

Tableau I. Équations des modèles ARIMA obtenus pour les 12 séries temporelles.

Table I. ARIMA models equations obtained by time series analysis.

	GROUPE 1	GROUPE 2
S1	$y_t = 0.937y_{t-1} + \varepsilon_t$	$y_t = y_{t-1} - 0.514\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
S2	$y_t = 18.49 + 0.378 y_{t-1} + \varepsilon_t$	$y_t = y_{t-1} - 0.552\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
S3	$y_t = 18.07 + 0.53 y_{t-1} + \varepsilon_t$	$y_t = y_{t-1} - 0.523\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
S4	$y_t = 10.41 + 0.424 y_{t-1} + \varepsilon_t$	$y_t = y_{t-1} - 0.398\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
S5	$y_t = 13.115 + 0.576 y_{t-1} + \varepsilon_t$	$y_t = y_{t-1} - 0.785\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
S6	$y_t = 14.98 + 0.489 y_{t-1} + \varepsilon_t$	$y_t = y_{t-1} - 0.863\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$

DISCUSSION DU MODÈLE AUTORÉGRESSIF À UN TERME ARIMA (1,0,0)

Un modèle autorégressif à un terme ARIMA (1,0,0) théorique rend compte d'oscillations de la mesure autour d'une valeur (le zéro ou la constante) qui peut être considérée comme un attracteur point fixe. C'est-à-dire un point dans l'espace des phases vers lequel convergent toutes les trajectoires de l'état du système (Stewart, 1998). Les coefficients autorégressifs ϕ représentent la force de cet attracteur, la valeur du coefficient, entre 0 et 1, étant inversement proportionnelle à la force de l'attracteur (Tableau I).

Dans le cadre de notre étude, nous n'observons pas d'oscillations autour d'une valeur mais une simple relaxation des valeurs de l'exactitude vers le zéro (la cible), nommé par Giraud et Pailhous (1999) migration du contenu des rappels en direction de la cible.

Dans le cadre d'un modèle autorégressif à un terme, les dépendances temporelles s'étendent sur deux essais successifs. Ce résultat suggère l'existence d'une relation déterministe à court terme qui lie les rappels entre eux.

Autrement exprimé, le rappel au temps t est principalement déterminé par le rappel au temps $t-1$ et déterminera le rappel au temps $t+1$.

Ce déterminisme sur deux essais successifs va à l'encontre de l'idée d'un apprentissage progressif ou graduel sous-tendu par une référence évoluant au cours des essais selon un processus de correction des erreurs ou d'acquisition progressive des éléments, qui engendrerait un déterminisme sur plusieurs essais successifs (Delcor *et al.*, 2003). Les rappels sont déterminés par ce qui a été précédemment fait (représenté par le déterminisme exprimé en fonction de l'essai précédent) et par le but à atteindre (représenté par l'attraction vers la cible).

À l'hypothèse d'un apprentissage graduel par affinement progressif de la représentation en mémoire ou d'un apprentissage « associationniste » où la répétition sert à renforcer la trace en mémoire, Cazayus (2004, p. 143) oppose un apprentissage selon un principe « de tout ou rien » dans lequel une trace est créée à chaque épisode et n'a pas besoin d'être répétée pour persister. À chaque nouvelle présentation, une trace est acquise et ainsi de suite jusqu'à l'acquisition de tous les éléments. Cette conception est très largement sous-tendue par les travaux de Rock (1957) et défend l'idée selon laquelle, dans une session d'apprentissage il y a répétition de l'acte d'apprendre mais il n'y a pas de répétition des éléments à apprendre. Ainsi, les moments de l'apprentissage sont ponctuels (épisodiques) et la répétition sert à venir à bout de toutes les données à apprendre qui ne peuvent être maîtrisées simultanément en un seul épisode (Cazayus, 2004).

L'auteur précise que cette conception de l'apprentissage renvoie à des propriétés essentielles de la mémoire ; « mémoriser n'est rien d'autre, dans toutes circonstances [...], que d'enregistrer ici et maintenant, d'un seul coup, et non pas peu à peu, un épisode quelconque » (Cazayus, 2004, p. 144). L'apprentissage dépend des fonctions élémentaires de la mémoire (la mémorisation) et non de nouvelles ou autres fonctionnalités. De plus, cette conception épisodique souligne le caractère dynamique de la mémoire et l'évolution permanente des connaissances. Ce processus est appelé dynamique de mémorisation/apprentissage.

DISCUSSION DU MODÈLE DE MOYENNE MOBILE À UN TERME AVEC UNE DIFFÉRENCIATION ARIMA (0,1,1)

Une première information issue de l'analyse est que les séries temporelles sont non stationnaires (i.e. que les moyennes évoluent significativement au cours des essais). Cette évolution de la mesure de l'exactitude est en direction d'un éloignement au regard de la cible ; les rappels au cours des essais sont de plus en plus différents des premiers et de plus en plus éloignés de la cible.

De plus, le modèle ARIMA (0,1,1) obtenu est également connu sous le terme de lissage exponentiel simple (simple exponential smoothing model, SESM). Théoriquement, ce modèle est caractéristique des séries temporelles qui présentent des fluctuations bruitées autour d'une valeur moyenne évoluant lentement (Spray & Newell, 1986).

Ce modèle associe deux « processus » en partie contradictoires. Le premier est qualifié de « préservant » et tente de préserver les rappels au plus près d'une « référence » : la performance à l'essai précédent est la référence (y_{t-1}), à laquelle est retranchée une partie de l'erreur aléatoire qui l'avait entachée ($-\theta \varepsilon_{t-1}$). Le second « processus » est qualifié d'« intégrant », car la portion (résiduelle) d'erreur qui n'a pas été corrigée ($(1-\theta) \varepsilon_{t-1}$) est intégrée à la référence à l'essai suivant. Ce qui a pour conséquence de la modifier dans le temps en lui intégrant à chaque nouvel essai une portion d'erreur.

Dans ce modèle, les rappels sont corrélés entre eux, au travers des portions d'erreurs aléatoires qui entachent les essais qui sont corrigés (processus « préservant » de correction des erreurs, $-\theta \varepsilon_{t-1}$). À noter que le caractère plus ou moins préservant d'un modèle ARIMA (0,1,1) est proportionnel à la valeur du coefficient de moyenne mobile θ compris entre 0 et 1.

Ce mécanisme d'intégration d'erreurs évoque le modèle ecphorique de Semon (1921) qui suppose que toute réactualisation d'un souvenir (sa production) génère son réencodage, et par conséquent l'intégration de modifications qui se manifestent lors de la réactualisation suivante. Cette hypothèse est aussi centrale dans les travaux de Bartlett (1932), où les distorsions dans les rappels successifs suggèrent une activité reconstructive de la mémoire par opposition à une activité de nature reproductive (Schacter, 1996).

La mémorisation partielle des éléments de la séquence motrice conduit, lors de sa réactualisation, à la « reconstruire » sur la base des élé-

ments de la cible mémorisés et des connaissances plus générales. Lorsque la séquence est répétée, les reconstructions successives conduisent à une évolution de son contenu. Ce processus modélisé par un modèle ARIMA (0,1,1) est appelé dynamique de distorsion.

CONCLUSION

L'objectif premier de cette note méthodologique était de mettre en évidence que l'analyse de la variabilité qui accompagne les comportements humains est une source d'information considérable à la compréhension de la cognition.

Trop longtemps le concept de variabilité a été réduit à de l'erreur aléatoire qui n'avait pas de sens et l'intérêt pour les tendances centrales primait dans les études sur la cognition.

Nous avons voulu faire la démonstration dans cette note que l'analyse des fluctuations des comportements, ici l'instabilité de l'exactitude des rappels, loin d'empêcher la généralisation permet la mise en évidence de signatures dynamiques de la cognition et par là même conduit à considérer les conséquences de sa propre activité. Ce résultat motive à lui seul des études sur les propriétés des fluctuations des comportements.

BIBLIOGRAPHIE

Arnau, J., & Bono, R. (2001). Autocorrelation and bias in short time series : An alternative estimator. *Quality and Quantity*, 35, 365-387.

Arutyunyan, G. H., Gurfi nkel, V. S., & Mirskii, M. L. (1968). Investigation of aiming at a target. *Biophysics*, 13, 536-538.

Bartlett, F. C. (1932). *Remembering : A Study in Experimental and Social Psychology*. Cambridge : Cambridge University Press.

Bernstein, N. (1967). *The coordination and regulation of movements*. New York : Pergamon Press.

Blackwell, J. R., Simmons, R. W., & Spray, J. A. (1991). Time series analysis of knowledge of results effects during motor skill acquisition. *Research Quarterly for Exercise and sport*, 62, 10-17.

Box, G. E. P., & Jenkins, G. (1976). *Time Series Analysis : Forecasting and Control*. San Francisco : Holden-Day.

Brouillet, D. (2006). Emotion et mémoire. In N. Blanc, A. Syssau, & D. Brouillet (Eds.), *Emotion et Cognition : Quand l'émotion parle à la cognition* (pp. 85-121). Paris : Inpress.

Cazayus, P. (2004). *La mémoire et les oublis*. Paris : L'harmattan.

- Chatfield, C. (1975). *The Analysis of Time Series : Theory and Practice*. New York : Wiley.
- Delcor, L., Cadopi, M., Delignières, D., & Mesure, S. (2003). Dynamics of the memorization of a morphokinetic movement sequence in human. *Neuroscience Letters*, 336, 25-28.
- Fortes, M., Ninot, G., & Delignières, D. (2005). The auto-regressive integrated moving average procedures : Interest for APA study. *Adapted Physical Activity Quarterly*, 22, 221-236.
- Gilden, D. L. (1997). Fluctuations in the time required for elementary decisions. *Psychological Science*, 8, 296-301.
- Gilden, D. L. (2001). Cognitive emissions of 1/f noise. *Psychological Review*, 108, 33-56.
- Gilden, D. L., Thornton, T., & Mallon, M. W. (1995). 1/f noise in human cognition. *Science*, 267, 1837-1839.
- Giraudo, M. D., & Pailhous, J. (1999). Dynamic instability of visuo-spatial images. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, 25, 1495-1516.
- Glass, L., & Mackey, M. (1998). *From Clocks to Chaos – the Rhythms of Life*. Princeton : Princeton University Press.
- Lautrey, J., Mazoyer, B., & van Geert, P. (2002). *Invariants et variabilité dans les sciences cognitives*. Paris : Édition de la maison des sciences de l'homme.
- Logan, G. D. (1988). Toward an instance theory of automatization. *Psychological Review*, 95, 492-527.
- Morrison, S., & Newell, K. M. (2000). Limb stiffness and postural tremor in the arm. *Motor Control*, 4, 293-315.
- Nevers, B., & Versace, R. (1998). Acquisition of knowledge in long-term memory : Activation and construction of traces. In G. Ritschard, A. Berchtold, F. Duc, & D.A. Zighed (Eds.), *Apprentissage : des principes naturels aux méthodes artificielles* (pp. 125-138). Paris : Hermès.
- Newell, K. M., & Corcos, D. M. (1993). *Variability and motor control*. Champaign, IL : Human Kinetics.
- Peterson, B. S., & Leckman, J. F. (1998). The temporal dynamics of tics in Gilles de la Tourette syndrome. *Biological Psychiatry*, 44, 1337-1348.
- Riley, M. A., & Turvey, M. T. (2002). Variability and determinism in elementary behaviors. *Journal of Motor Behavior*, 34, 99-125.
- Rock, I. (1957). The role of repetition in associative learning. *The American Journal of Psychology*, 70, 186-193.
- Schacter, D. L. (1996). *Searching for Memory : The Brain, the Mind, and the Past*. New York : Basic Books.
- Schmidt, R. C., Beek, P. J., Treffner, P. J., & Turvey, M. T. (1991). Dynamical substructure of coordinated rhythmic movements. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, 17, 635-651.
- Semon, R. (1904). *Mnemic psychology*. London : George Allen and Unwin.
- Slifkin, A. B., & Newell, K. M. (1998). Is variability in human performance a reflection of system noise ? *Current directions in psychological science*, 7, 170-177.
- Spray, J. A., & Newell, K. M. (1986). Time series analysis of motor learning : KR versus non-KR. *Journal of Human Movement Studies*, 5, 59-74.
- Stewart, I. (1998). *Dieu joue-t-il aux dès ? Les Mathématiques du Chaos*. Manhecourt : Flammarion.
- van Geert, P. (2002). Variabilité intra-individuelle et recherche d'une approche nouvelle en psychométrie. In J. Lautrey, B. Mazoyer, & P. van Geert (Eds.), *Invariants et variabilité dans les sciences cognitives* (pp. 335-354). Paris : Édition de la maison des sciences de l'homme.
- Yamada, N. (1995). Nature of variability in rhythmical movement. *Human Movement Science*, 14, 371-384.
- Zalewski, K., Smith, P. L., Hart, B., Schot, P., & Endejan, M. (1999). Modeling skill acquisition using time series analysis. *Measurement in Physical Education and Exercise Science*, 3, 107-123.